

# 「極と極線」入門

## — 定義を広げる 接線から極線へ —

### 1, 接線から極線へ

T: この楕円に接線を引きます。まずPを動かしてみましょう。

S: 動かしていても何も見えてきません。

S: でも、二つの接点の間に何か関係がありそうな気がする。接点を結んでみよう。

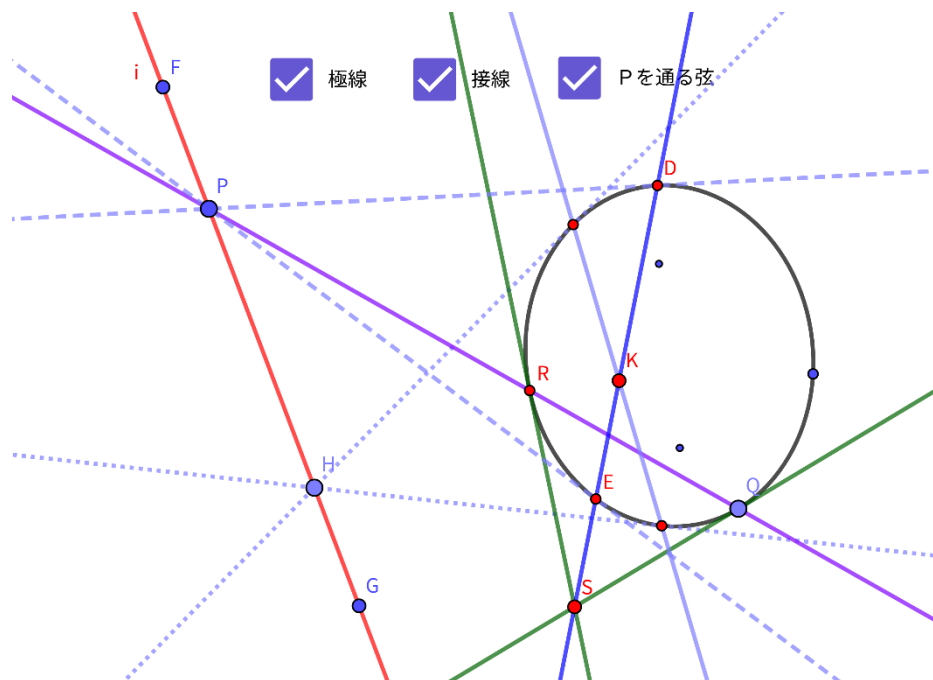
T: この線を引くと見えてくるモノがありますね。この線をPの極線といいます。

S: どうして極線というのですか？

T: Pを極と言います。その極の作る線だから極線です。

S: Pが外にある時は接線が引けるけど、図の中に入ると接線は無くなるから極線も無いのでしょうか？

T: それが今日の学習の大事な課題です。そのポイントは「定義を広げること」です。つまり、Pが楕円の内部に入った時も極線を定義できないかということです。



S: Pは直線上に置いてある。もう一つ別の点Hから接線を引くと・・・

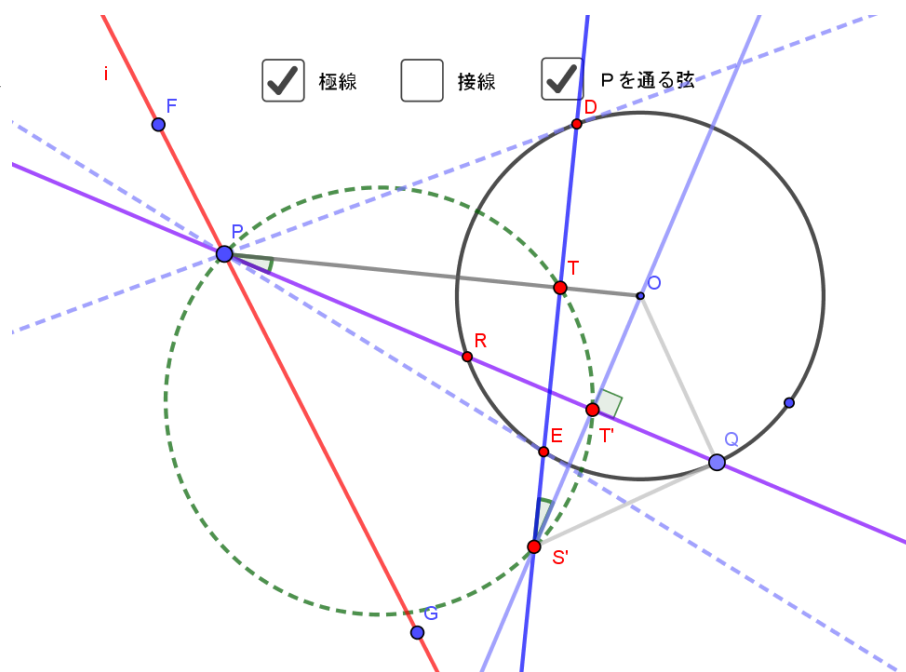
S: 弦（極線）の交点は動かないよ。この点Kの意味は何だろう？

S: もしかしたら、このKの極線がこの直線なのかな。

S: 逆に考えると、Kを通る弦の接線の交点はこの直線上にある。

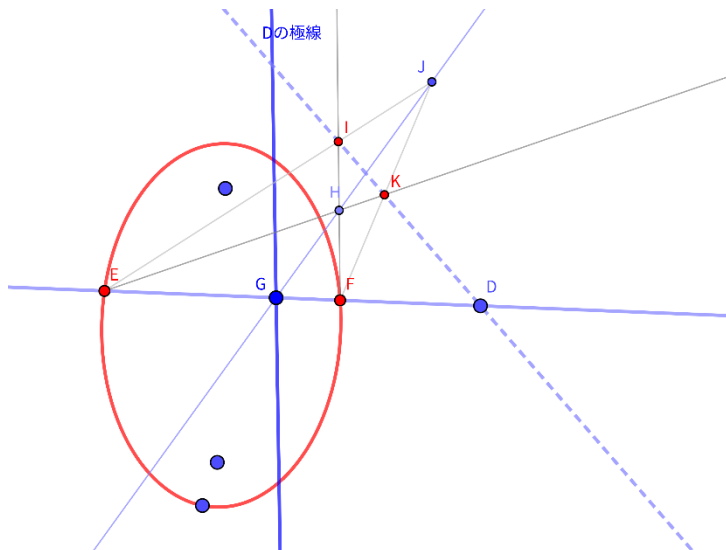
T: 不思議ですね。証明してみましょう。

T: この定理の逆をポンスレの定理と言います。



⇒ 【ポンスレの定理】

S：つまり楕円でも成り立つわけだ。Sの極線はPを通る。



T：この図のJの意味については【[三角形の極と極線への誘い](#)】へ

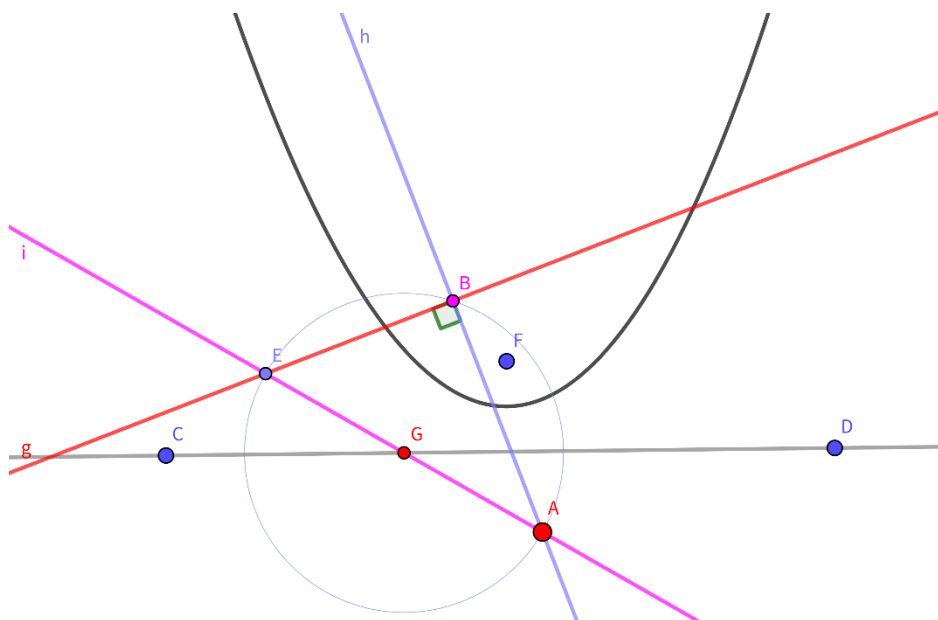
#### 4，極線の面白さ

T：放物線でも極線を考えることができます。Fが焦点でC Dは準線です。

S：準線というのは焦点の極線なんですね。

S：準線上の点からの接線は直角じゃない？

...



S：直角三角形の斜辺が準線で二等分されていますね。

T：極と極線の性質のまとめを書いておきます。

##### ① 「ラ・イールの定理」

極Pの極線上の点の極線はPを通る。

極線がPを通れば、その極はPの極線上にある。

② 極Aの極線上を点Pが動く時、Pの極線はAを中心に回転する。

③ 極線が一点で交わる時、その極は一直線上にある。

④ 極を通る円錐曲線の二つの接点は極線上にある。

⑤ 点が自身の極線上にあるなら、その点は円錐曲線上にある。（つまり接線）

⑥ どの直線も円錐曲線に対して極を持つ。

S：これらは定理として用いても良いのですね。

T：そうです。これらは体験して身につけると当たり前を感じてきます。  
GeoGebra でさらに深く調べてみましょう。

【[円の極と極線](#)】

【[円に外接する多角形の極と極線](#)】

【[極と極線が示す円と三角形・四角形・六角形の対称性](#)】

[目次へもどる](#)