2年 図形の性質の見つけ方

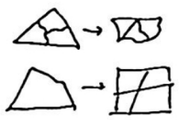
学習プログラム 1984年版 by文

プリント、定義、定理、問題(図形の方程式)

授業パターン

① 一斉問答の図形の方程式
② 問題
③ 課題発見
④ とりくむ、ノート
⑤ 発表

図形の性質



問題をとく発問

- この問いかけに答えていけば必ず問題がとける。
- なぜとけるのか
- なぜこの問いをするのか
- どういう問いをすると思う？
- そのことを言うためには、どの図形とどの図形に目をつけたらいいか？
- どの二つの図形に注目すればいいか？

導入の発問

- この問題は？(3つの問題)
- 今日は何の問題か？
- この問題が解けたら えらい。
- この問題が解けたら、最初に説明した人の名前をつけよう。
- すばらしい説明をした人の名前をつけよう。今日は、誰の名前がつくか。

問題を自分のものにする

不思議だ！
おもしろそうだ！

証明について

デカルトはすべてを疑った。しかし、疑えない自己から、再びすべてを、疑えないものとした。ユークリッドは、正しいことを、すべての人にも認めさせるために証明ということを考えた。

- 道から考える
- ヘをそうしめすには何をしたらいいか。

何かいい例は？

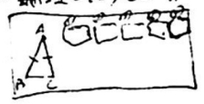
A 男は B 男より？

- 仮定と結論をつなぐ補助線

「定理の発見」と「説明のし方」と「納得のし方」を学ぶ

- 問題の発見と問題を解く楽しさ
- 仮説を用いて説明ができる
- 結びついた時 しれかる！
- 原理は何か。その原理で説明できるか。
- 仮説を持つ。
  法則を見つける
  法則を応用する。
  「ヘとなる。なぜならばヘだから」
- 「わかった」「そうだったのか」「なるほど」という体験をたくさん持つ。

証明＝納得。
アブダクション
・たとえを使う説明
・論理を使う説明



"ロバの橋"の解

2辺AB, ACを延長し、BD＝CEとなる点D, Eをとる。(定理2.より)

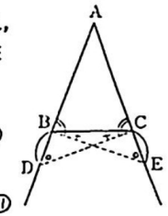
△ABE≡△ACD (定理4.より)

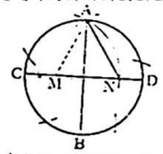
よって
∠AEB＝∠ADC
∠ABE＝∠ACD……①
BE＝CD

また、△CEB≡△BDC(定理4.より)

よって
∠CBE＝∠BCD……②

①−②より
∠B＝∠C (共通概念3.より)





中心M、半径MAの円の弦ANが正三角形の1辺である。

デカルトのはなし

我思う故に我有り。
はえから座標を発見
デカルト氏＝何にでも疑いをもつ人。
↓
誰かにやってもらおう

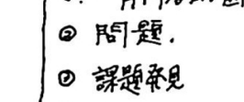
定義

ことば → 現実のもの
馬 ⟷ 馬
赤 ⟷ 色
愛 ⟷
円 ⟷ 図

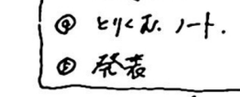
ことばでなかなか言えない

辞書と同じ。プリントを渡す

対頂角の定理



① 何度か？ ② なぜ？
③ 30°、60°以外では？



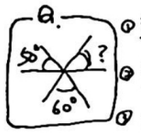
$a+c=180°$
$-)\ b+c=180°$
$a-b=0$ 即 $a=b$

これを証明という

"対頂角は等しい"は真理である。
これをタールスの定理という。

180° なぜか
バビロニア人
360° → 360日

Q.



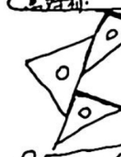
① 頭の中で 1分
② 図にかいて 2分
③ ヒント

3通りはある。
図の中に書き込んでいく

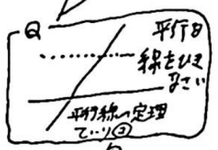
There is no royal road to learning.

① この角を何というか？
② なぜ同位角というか！

さ角 同位角



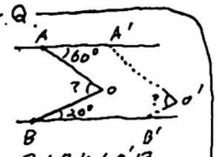
とんち線か！



図形の問題は3種類

① 作図
② 角度、長さを求める
③ 証明する

Q.



① ∠Oと∠O'は同じ角か？
② ∠Oを求めよう
5通り以上
〜線 補助線

作図が3通りある。
証明も3通りは考える。
答は1つだが、いろんなやり方がある。
この考え方が大切。

分析と総合の話し

プロンプトを配る。

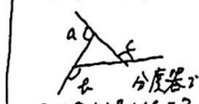
△を分析してみよう
① 何からできている。
② 合けると

点、線、角
図形の原子。
(分析しつづければ必ずわかる。)

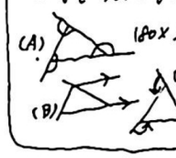
図形の方程式

1. わからなければ だまって挙手
2. NO.を20番まで言う。はいっていたら合格。
3. だれかに発表させる。

多角形の外角の和



① ∠a+∠b+∠c＝？
② なぜ360°になるか



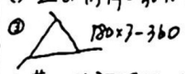
五角形の外角の和は？
① 予想
② A, B, Cで証明

定理3

多角形の外角の和は常に360°である

定理4.

① 三角形の外角の和は？
② △の内角の和は？
③ 180×2−360



④ 昔はどう証明したか？
外角のでり

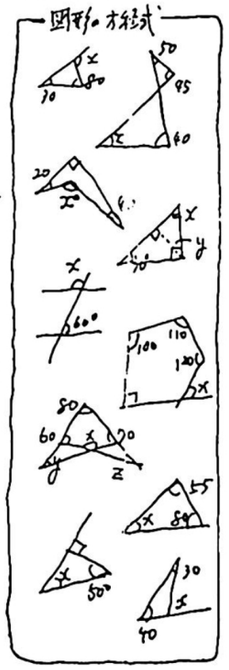
〜の定理

多角形の内角の和

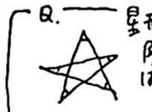
五角形の内角の和は？

3通りはあるとみよう

図形の方程式



Q. 星形の角度の和は何度か？



① はかってみる
② 切ってみる。
③ 180°になるということが逆に考える。

30通りの方法がある

遠足場で三角形を作ろう

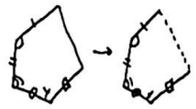
① どうやって作るか
② 内角の和は？
③ 地球上で△を作る。
④ 内角の和は？

球面白板

東へ10km、南へ10km、北へ10km もとへもどる

電話で同じ図形を伝えよ

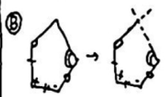
① 1cmとって、30°とって 2cmとって、40°とって 3cmとって、60°とって 2cmとって。
② 同じ図形になったか



1つ辺をとってもいい。
(1辺と2角)

三角形の合同条件

④ 一辺をとってもよい
↓
三角形の場合は！



⑤ 二つ辺をとってもよい
↓
二辺と一角
↓
三角形の場合は。

二つの合同条件を使って合同な図形をエがいてみよう。AがB。
P.98 図
他に合同なものはあるか。

① 四本の棒で何種類の四角形が作れるか。
↓
② 三本の棒で何種類の三角形が作れるか。

課 四角形では∞あるが、三角形では1つなのはなぜか？

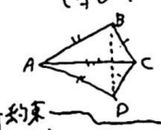
証明の方法

説得する。正しいことをすべての人に認めさせるために、証明を考えた。(ギリシャ人は)
デカルトのようにすべてをうたがう人がいたとする。

証明

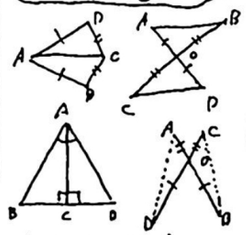
仮定 (わかっていること)
↓
結論 (言いたいこと)
証明されたことを定理という

仮定 (三辺がそれぞれ等しい。)



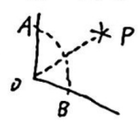
約束

仮定…黄 (わかっていること)
結論…赤 (言いたいこと)
① … [理由]
② … [ ]
③ … [ ]
∴△≡△ [合同条件]
よって ○＝○



どの合同条件を使ったらいいか。

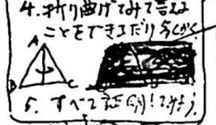
角の二等分線の作図



∠POB＝∠POA であることを分度器を使わないで証明しよう。

二等辺三角形の性質

作図
1. 辺は二等辺△か。
2. なぜそう言えたか。
3. 定義する。
4. 折り曲げてみて言えることをできるだけ多くかく。



5. すべて証明してみよう。

金印 #5の図にかく

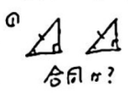
逆

△ABC ∠B ∠C
∠B＝∠C → AB＝AC
二等辺三角形と二等辺△は同じものである。

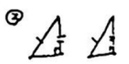
逆は必ずしも真ならず。
足がふくとおりがもうかる話し。

さとうはあまい

直角三角形の合同



① 合同か？



② 合同といえるか？
2通り。二等辺△ 長方形

重ねてみる。

はじの話し

ピンとこない

はじの問題

二等辺三角形

ひつじに なって考える。
① 同じ
② A, B, C 等分
・長さをはかってみよう。

・図を見るだけでどれが短かいコースかわからないが、その理由は？

課 最短コースはどう書き入れたら良いか。

教 P.124

三角正規の話し

学習

P.127 証明の問題

ノート作り

表彰状