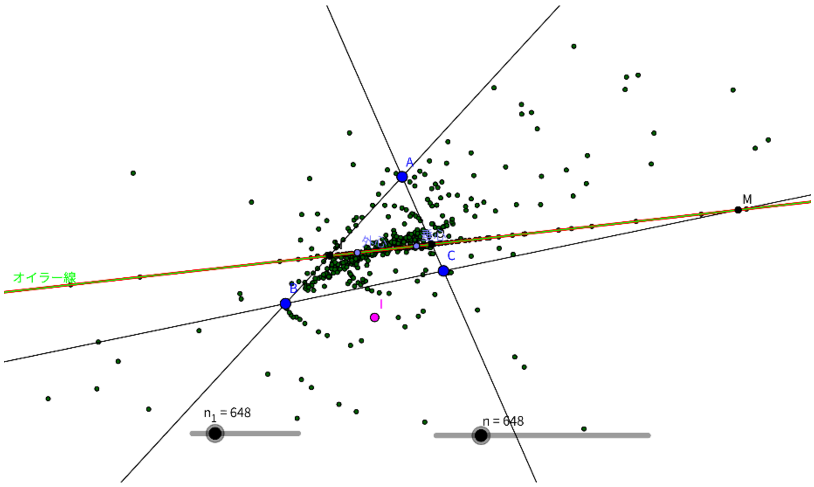
オイラー線の極を探す

ー　三角形の心の極線を描くと・・・　ー

１、オイラー線

S：垂心と外心と９点円の中心は一直線上に並んでいる。
S：重心も同じ線上にある。不思議だな。でも、内心だけ仲間外れだ。
T：点が一直線上に並ぶなんてことはなかなかないことだけど、この４点は一直線上に並ぶ。　この線をオイラー線という。
S：９点円の中心は垂心と外心のちょうど真ん中だ。



S：それに[外心と重心の距離]：[重心と垂心の距離]＝１：２じゃないかな。
T：えっ、そうなの？本当？
S：この図を見ると相似だから、重心が１：２に内分しているから当然ですよ。
S：ところで、内心だけ仲間外れだ。内心の仲間はいないの？
T：捜してみましょう。まず、９点円をクリックして、次に内接円をクリック。
　するとこの二つの円は一点で接している。その点をフォイエルバッハ点という。
　この点と内心を結んでみよう。
S：内心と９点円の中心とフォイエルバッハ点が一直線に並んでいる。
T：さらに、傍接円も描いてみよう。傍接円と９点円も一点で交わる。
　この交点と頂点を結ぶとやはり一点で交わる。
S：これも内心の仲間だ。内心は一人ぼっちじゃない。
T：というようにいろんな三角形の心が見つかる。
S：三角形の心って他にもあるの？
T：2015 年現在 7500 以上の心が見つかっているよ。
S：私も発見できるかな。

⇒【オイラー線をもっと調べたい人の為に】
⇒【三角形の心についてもっと知りたい人の為に】

２、三角形の心を極にしてみると

T：三角形の極線の描き方がわかると、すぐに思いつくのが・・・
S：極を三角形の心にしてみること。例えば外心の極線はどうなるんだろう？
T：興味が出てきますね。
S：でも、いちいち心から極線を作図するのは大変だよ。
S：そういう時には、sequence 関数を使うんだ。最初にスライダーで変数を決めておいて n_1＝１の心を作図して、この点で極線を作図すると・・・
ついでに、三角形の心も沢山出すようにしよう。

S：このスライダーを一個ずつ動かすにはどうしたら良いの？
T：スライダーをクリックして、後は矢印キーを押せば一個ずつ動きます。
S：n_1＝１って内心でしょう。２は重心だけど極線はどこへ行ったんだろう。
S：重心が極の時は中点だから極線は引けない。
S：n_1＝４は垂心でしょう。垂心の極線はオイラー線と垂直になっていない？
S：確かめてみよう。角度アイコンを選んで直線と直線をクリックすると・・・直角だ。
S：不思議だ。どうしてだろう。
S：ついでに心をもっと増やしてみよう。
S：極線の上に心が並んでいる。２千個以上にすると直線上に沢山並んでいる所があるよ。
S：内心の極線上には多くの心が並んでいる。n_1＝９２や１１０を見て。

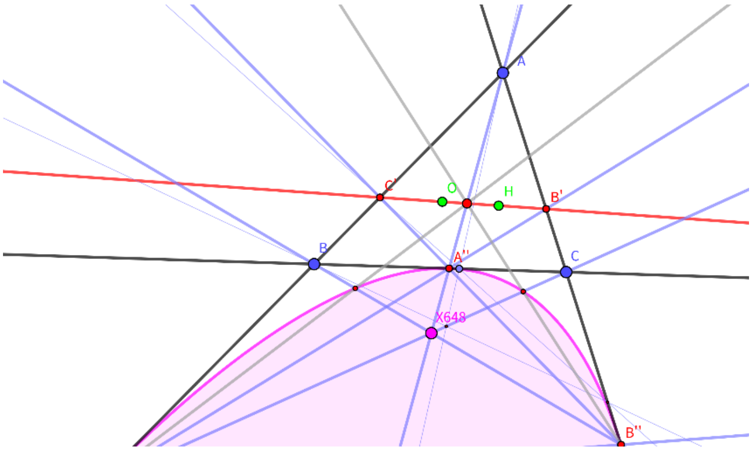
２、極線がオイラー線の極を探す

S：もしかしたら、極線がオイラー線になる心が見つかるんじゃない。
S：そうか。こうやって根気よくやれば、オイラー線と極線がピッタリ重なる心が見つかるよ。
・・・
S：見つかった。n_1＝６４８だ。
S：この心は特別なものなのかな？
S：調べてみよう。

【TriangleCenters】
X(648) = TRILINEAR POLE OF EULER LINE

Trilinears 1/[a(b2 - c2)(b2 + c2 - a2)
Trilinears csc 2A csc(B - C) : :
Trilinears (csc A)/(tan B - tan C) : :
X(648) is constructed as the pole of the Euler line L as follows: let A", B", C" be the points where L meets the sidelines BC, CA, AB of ABC. Let A', B', C' be the harmonic conjugates of A", B", C" with respect to {B,C}, {C,A}, {A,B}, respectively, The lines AA', BB', CC' concur in X(648).

T：ここでＰｏｌｅというのが極。
S：ｐｏｌｅｌｉｎｅが極線ですね。
S：この極と極線で内接円錐曲線を作図できますね。どういう円錐曲線になるんだろうか？
T：この説明の後半の文は、オイラー線から極を求める作図の方法が書いてあります。
S：実際に作ってみよう。



S：あれこの図形は放物線かな。
⇒「極線がオイラー線になる場合の内接円錐曲線は放物線になる」ことの証明
「３０２、GeoGebra 放物線の基本定理・・・放物線の性質、準線と焦点など　証明って面白い　（２０２０．４）」のページへ
【更なる発展へ】

１７２、GeoGebra 九点円とオイラー線の研究・・・傍九点（傍心円と九点円の接点と頂点を結ぶ直線の交点）の発見　　（２０１５．８）
２１５、GeoGebra オイラー線・・・オイラー線上にある点をまとめる　　（２０１５．１２）
２９７、三角形の極と極線への誘い・・・三角形の極線の性質から円錐曲線へ　証明を中心に　（２０２０．３）

目次へもどる