

身のまわりの形をとらえ直そう —抽象概念から具体事象へ—

上村文隆

1、日常現象と抽象概念のつながり…図形化（イメージ化）して考える

問題を図に置き換えて考えるとイメージが広がり、新しい発想が生まれやすい。だから、図形化は数式や関数でこそ役に立つ。でも、図形概念がイメージを広げてくれるとは限らない。それは具体的なモノやコトと結びついていないからだ。そこで逆に、抽象的な図形概念を具体的なモノに置き換えることを試みる。それは図形化の大切な第一歩となる。

例えば、直線は日常のどこにあるのだろうか。探してみよう。

2、直線をイメージする（1年「平面の図形」直線のイメージを広げる）

直線を作るにはどうしたらいいだろう？

生徒が考えたアイデア（どうやってイメージを広げるのかがポイント）

- ① 糸を引っ張る ⇒ 墨壺（大工さんが使う道具）
- ② 水を張って紙をつける ⇒ 水は直線になる ⇒ 海は直線？
- ③ 平たい紙を折る ⇒ 平面と平面の交わりは直線になる
- ④ 海で水平線を写真に撮る

このやり方を言うと「水平線は曲がっているよ。」という意見が出る。

「水平線は曲がっているの？」と発問すると、「だって地球は球だから曲がっている。」という。「もし、曲がっているとすれば、」黒板に曲線を描き、「後ろの方を見るとどうなっている？」と聞くと「あれ？」と不思議がる。

⑤ 光の跡。雲から漏れる太陽光や、ほこりの中を通る光を写真に撮る

「ところで雲から漏れる光は平行なの？」 「太陽は遠くにあるから光は平行なはず。」 「でも、太陽から光が出て広がっているように見えるよ。」 実際に絵を描く。「平行でも一点に交わっているように見えることって他にない？」 「そうか、レールは平行だけど遠くにいくと一点になる。平行でもどこから見るかによって平行に見えない場合があるんだね。」

3、直角を作ってみよう (どの学年でもOK 直角はとても大事)

直角を作るアイデア大募集！！

生徒のアイデア (もちろんヒントを一杯出しながら楽しく考える)

- ① 紙を二回折る ⇒ 180° の半分 = 直線の半分
- ② 水と糸におもりをつけて垂らす ⇒ 水平と鉛直 = 垂直
- ③ ひし形を作って対角線を結ぶ ⇒ ひし形の対角線 = 垂直二等分線
- ④ 3 : 4 : 5 の三角形 ⇒ 直角三角形 ⇒ 三平方の定理
- ⑤ 二等辺三角形の二等分線と底辺 ⇒ 二等辺三角形の性質
- ⑥ 円を描いてターレスの定理を使う ⇒ 直径の円周角は 90°

1年生でも経験からイメージできる。この知識は次の「なぜ」につながる。

4、円の弧 (1年「円の弧と弦」 弧のイメージを地球まで広げる)

根室から鹿児島までの弧はどれくらい曲がっているの？

「地球儀で根室と鹿児島の距離を測り、その中心角を調べてみよう。中心角くりかえせ 17「まえへ 20 みぎへ 1」 は17度で、左の図のようになる。

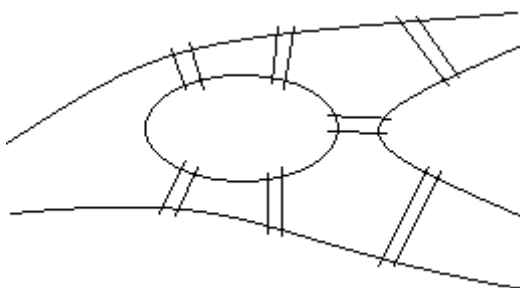


これは正360角形の一部なんだ。

ついでに聞くけど、北極はどの方向にある？」「北。」「方角はいいけど、水平ではなく、それよりも $(90 - \text{その土地の緯度}) \div 2$ 度下方向なんだよ。」「じゃあ南極はもっと下だね。何度になるのかな？」

5、 地図を作ろう (3年「相似と比」 地図は数学そのもの)

map という字には地図と写像の意味がある。マッピングは極めて数学的な行為である。次の「ケーニヒスベルグの橋の問題」で確かめてみよう。



全ての橋を一回だけ通って散歩することはできるのだろうか？

「これをもっと簡単な図にしてみよう。

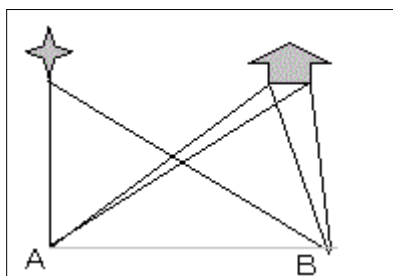
例えば、線と点だけの図に出来ないかな？」

「島は点になるんじゃないかな」「この問題を解いたオイラーも島や陸を点と考へ、橋を線と考へて地図を作った。そして、一筆書きの原理を発見した。」

教室の地図を作ってみよう。 現実をどうやって写すの？

「地図を作る方法は二つある。位置関係だけを重視する描き方。もう一つは正確に作る描き方。現実の地形をどうやって紙に写したらいいのだろう。」

「写真に撮る。」「グーグルアースを使う。」「じゃあ、昔の人はどうやって地図にしたの？」「測量した。…相似形だ。縮小した三角形を紙に写した。」「それを三角測量という。そのためには？」「角度を測る。」「左図のように、A B

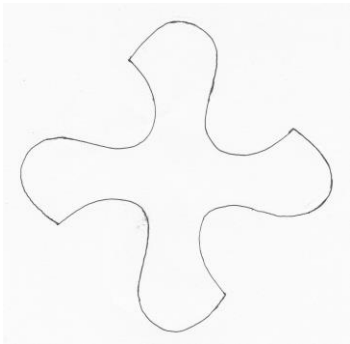


れている。線が交った所が対象のある位置だとわかる。では、実際に三角測量をしてみよう。Aは席から… Bは席を替わって…」「これを使えば立体視もできる。」…

6、 サッカーボール・ブラズーカの展開図は？（1年「空間の図形」）

サッカーボールを作ってみよう。ブラズーカはどんな立体？

「みんなが使っているサッカーボールは正六角形と12個の正五角形からできている。今年のワールドカップブラジル大会では、ブラズーカというボールが使用された。このボールは左のパーツ6枚からできている。今までのイメージからすると、サッカーボールは正二十面体の頂点を五角形に切った切頂二十面体だ。ところが、今回のボールは作り方が違っていた。この左の形を6枚切って組み立ててみよう。どんな立体になるのだろうか。」

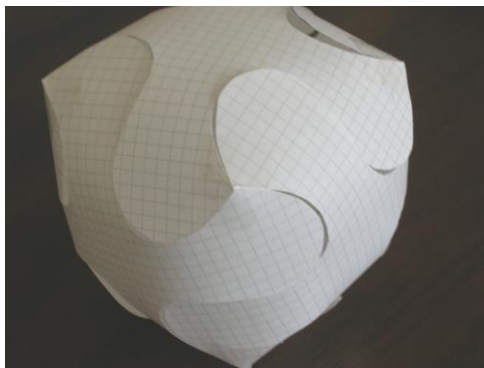


「6枚ということは正六面体と



いうことなのかな。」 「組立てるのが難しいな。」 「尖っているところを3枚合わせるんだ。」 「3面が合わさるところが8カ所あったよ。」 「やっぱり立方体だ。」 「どうしてそう言えるの？」 「面が6つで、3面が合わさる所が8つということは立方体と同じだ。」

「どうしてこういう形にしたのだろうか？」 「縫い目を少なくするには、面の



数が少ない方が良くからかな。」 「でも、立方体は球とは言えないから、3面を合わせる所を120度に近づけて、曲線を縫い合わせることで球に近づけた。」 「もしかしたら正四面体のサッカーボールもできるのかな。」

「野球のボールやソフトボール、テニスボールは2面からできている。これは正何面体なの？」 「正八面体じゃないかな。」 「作って確かめてみよう。」

元岐阜県中学校教員