

第2章 数学は何をしているのか・・・知恵とは回り道をする事

数学って何ですかと聞かれてもイメージが浮かびません。

そこで、次の問いが出てきます。

発問 2-1

「数学をやっている」という例をあげてください。

でも、これは「問い」ではなく「指示」なのでは？

そうです。

「数学をやっているという例は？」と発問してもいいのですが、このような発問も指示に置き換えることができるという例です。（「問い」は「指し示し」ですから指示と区別できません）

さて、発問に答えましょう。

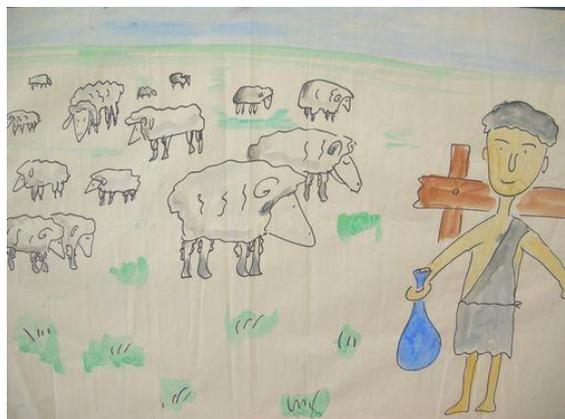
数学で最初に行なうのが、数を数えるということです。

これについて面白い例があります。

どんな物語でしょうか。

【ものがたり 2】 数がなかった時どうやって数えたのか？

T: 数がまだ見つからないとき、人類はどうやって羊を数えたんだろう。



S: 指を使うんだ。1、2、3と言って。

S: 数は無いんだから、そうやって数えられないだろう。

T: さすがに1はあるとしようか。これは自分にあたる。次に相手がいるから2もある。でも、それ以上は「たくさん」と言うしかないとしよう。（仮定）

S: 数の言葉が無いだけだから、やっぱり指を折るんだよ。

T: どうやって数えるの？

S: 1、2、1、2…。10匹までなら数えられるな。

T: 「数える」って何をやっているんだろう？

S: 羊 羊 羊 羊 羊・・・

| | | | |

1 2 3 4 5・・・

こういうことかな。

T: 一対一に対応させているのですね。でも、この数が使えないということは？

S: 数の変わりになるものを探せば良いわけか。

T: この人は何を持っている？

S: わかった。この袋の中には石が入っているんだ。

S: 羊が柵を出て行くとき、羊一匹に対して石を一個入れる。そうやって全ての羊が石に変わる。これ

は数えなくてもできるよ。

S：夕方になって羊を柵に入れる時は、逆に一匹羊が入ったら袋の石を一個捨てるんだ。もし、石が残れば羊を探しに行く。

T：羊を小石に置き変えているんだね。

S：でも、石だと落すかも。

T：この石はやがてどうなる？

S：そうか、持ち運びが便利のように数になるのか。

発問 2-2

このように指し示し（問いと対話）によって物語が生じました。

この物語は意味を持っています。

その意味は何でしょう？

意味はたくさんあります。

その中から、ある一つの意味を抜き出したいのです。

それは、「人間の知恵」とはどんなものかという指し示しです。

それを、説明するためにもう一つの例え、赤ちゃんの話をしましょう。

【ものがたり 3】 知恵があるとは回り道を見つけること

T：ところで、「知恵がある」とはどう言う事をさすのでしょうか。

S：いろんなことを知っているということかな。

S：テストで点が取れる。

S：問題が解ける。応用が利く。

T：じゃあ、人間と動物は知恵という面からはどう違うのでしょうか。例えば、知恵は人間の方があるというけれど、動物の知恵とどう違うのでしょうか。

S：言葉を使うということが違います。

S：動物だって言葉を使うよ。犬はワンワンと言うよ。

S：あれは言葉じゃないでしょ。

S：でも、チンパンジー（ボノボ）が手話をするって聞いたことがあるよ。

S：考えを伝える言葉は、人間しか持っていないと思います。

S：動物だって考えを伝えられるよ。猿が、「危ない」とか「逃げろ」という猿語を使っているのをテレビで見た事あるよ。

T：言葉は知恵を表現するためには大事なものだけど、知恵そのものではないようですね。では、言葉ではないとすると、知恵とは何でしょうか。

この絵を見てください。1歳の伝い歩きができた頃頃の赤ちゃんが、テーブルの向う側にある飴を取ろうとしている。と



ころが、手が届かない。赤ちゃんはあきらめるでしょうか。

S: テーブル伝いに回って取りに行きます。

T: そうだね。ちゃんと回り道をします。回り道をしている途中にぬいぐるみのコアラを見つけると、今度はコアラに夢中になります。寄り道です。赤ちゃんはまだ言葉がしゃべれませんが、犬とは違います。

では、犬をこの絵の様に金網のすぐそばへつれてきて、金網の向う側のすぐ前へ肉を置くと、犬はどうするか。

S: やっぱり回って、肉を取りに行く。

T: いや、それは離れている時だよ。すぐ目の前に肉がある場合は、必死で金網越しに肉を取ろうとするらしい。この回り道ができるかどうか、人間と動物の違いだね。

S: 「急がば回れ」ということわざがありますね。

S: ぼくは目の前のものだけを取りに行く人間だな。

S: チンパンジーなんかはどうなの。

T: チンパンジーに、こういう実験をやった人がいる。部屋の中に天井からバナナを吊るす。もちろん届かないようにしておく。もう一つ、部屋の隅の方にかくつかの箱を置いておく。チンパンジーはどうするのか。始めは、跳び上がって何とか取ろうとする。ところが取れないのが解ると、箱を積み上げて取るという。

S: へー、賢い。チンパンジーも回り道ができるわけだ。

【数学には近道（思考の省エネ）をする方法という面もあるけど、ここで強調したいのは、「数学をすることは回り道を考えること」であるということです。

このことは案外自覚されていません。現代社会はすぐに答えにたどり着けるのが良いとされています。でも、それは考えない脳をつくっているのです。】

T: このように、直接やろうとしてもできない時に、回り道をする「ちから」というのが知恵であるわけだ。この「ちから」は数学でもずいぶんと用いられている。

これを数学にあてはめてみよう。数学は問題から答えを見つける勉強だろ。

問題



答え

でもね、答えはすぐには見つからない。すぐに答えが見つかるような問題は、本当の問題じゃない。そういう時にどうしたらいいか。急がば回れって言うだろ。回り道をするんだ。

問題



おきかえ



答え



操作

これらの二つの物語を比べると、ある一つのことが浮かび上がってきます。

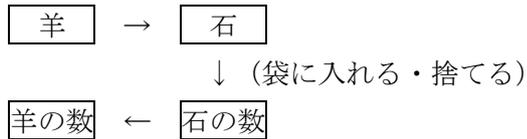
それは、人間（チンパンジー）の知恵ということです。

「その知恵は回り道である」と言っても良いくらいです。

発問 2-3

このことを最初のものがたり「1、2、たくさん」に当てはめるとどうなりますか？

(一対一対応)



見事に当てはまります。

チンパンジーの場合も同様にできます。



これらは人間の行動の一面を表わしています。

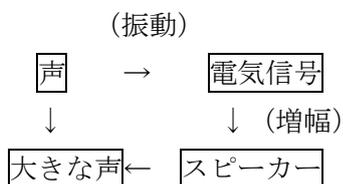
この回り道の図を「図式 (ダイアグラム)」と名づけます。

名づけたとたんに、図式 (ダイアグラム) を使えるようになります。

発問 2-4

この図式は他の場合にも応用できますか？

拡声器やラジオもこの図式から説明することができます。



この対応を見つけたからスピーカーが発明できたのだと言ってもいいですね。

ここでは、声→電気信号となっていますが、その間には次のような対応があります。

声→音→空気の振動→電気の振動→電気信号→

もちろんそれぞれの間に、たくさんの対応があります。

この対応は「変換」と言い換えても良いでしょう。

矢印は「変換」も表わしています。

発問 2-5

羊→石 は一対一対応でわかるのですが、バナナ→箱 はどういう対応なのかわかりません。どういう対応なのでしょう？

バナナ→バナナを食べたい→バナナを手に入れたい→手に入れる道具は→箱がある→台にできる

このような対応が考えられます。

これをまとめて、バナナ→箱としたわけです。

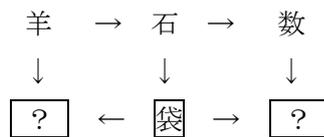
これは心の動きです。

心が動いた結果、バナナが箱に変換したといえます。

発問 2-6

羊の問題で、「石を入れる袋」は何にあたるのでしょうか？

これを解くために、図式を描きます。



羊の方で思い浮かぶのは、羊を入れる囲いです。

では、数の方は何でしょうか。

先ほどの数は一つ一つの数を羊に対応させました。

その数を、順番を表わす数（順序数）といいます。

でも、石と違って数は一つの数で済みますから、順序数ではありません。

一つの数で済むのは、その数字がすべての羊を表わしているからです。

したがって、数の方の $\boxed{?}$ は、袋も兼ねている量としての数です。

発問 2-7

矢印は何を指し示しているのでしょうか？

この図式を見ると、数学に詳しい人は「可換図式」を思い浮かべられると思います。

その場合、矢印は「射」で、「二つの数学的構造の間で構造を保存する過程を抽象化したもの」と定義されます。

例えば、関数や写像を言います。

でも、ここでは直感的にとらえるのが良いと考えています。

「何かつながっている」と感じたことを矢印で表わします。

「何か結びつくぞ」という感覚を矢印にしたのです。

それは「指し示し」、「関係」、「つながり」、「変換」、「写像」ともいえます。

そして、図にするとその矢印が何を表わしているのか見えてくるのです。

発問 2-8

発問 1-3 で出てきた「意味」とは何ですか？

ある言葉の意味を調べる時に辞典を見ます。

辞典にはその言葉の意味が書いてあります。

そこに書いてあることは、その言葉を同じ意味の別の言葉に「おきかえ」た言葉です。

つまり、意味は別の言葉に「おきかえ」た時に出てくるのです。

今まで使ってきた「問い」＝「指し示し」の文脈で言えば、

「指し示し」によって、あるコトやモノが別のコトやモノと「同じ」であると示せた時に、その「同じ」コトを、そのコトやモノの意味といいます。

例えば、『「量としての数」は「袋に入った石」のようなもの』ということが、「量としての数」の意味になります。

問い → 指し示し → 事物A⇒事物B → 意味

難しいと感じられるかもしれません。

これらのことは、これから出てくる様々な例によってくり返し出てきます。

ですから、自然に身についてきます。

ご安心ください。

まとめ

智恵 → 回り道 → 図式 → 対応図式