

## 第6章 エラトステネスのアイディア・・・宇宙を知る数学

ターレスが始めた数学の力に古代の「数学者」たちは気がついていました。彼らは自然を探るために数学（図形の性質）を使い始めます。

### 【ものがたり8】 『エラトステネスの仮説』

二千年前の、エジプトのアレキサンドリアには大きな図書館があった。ここに集った学者たちは、近代科学の先駆を成す成果を上げている。みんなも良く知っているアルキメデス、ユークリッド、エラトステネスなどだ。

--アルキメデスなら理科でならったよ。えーと、浮力の原理を発見した人だ。

--確か、[エラトステネスのふるい]も勉強したことあるな。

この学者たちは互に意見の交流や、遠く離れていても手紙の交換をやっていた。そして、彼等はギリシャで生れたターレスなどの数学を実用化したり、応用しようとした。しかも、単なる応用でなく彼等には、一定の目的があった。それは、数学を使って宇宙を探る事だった。

--数学で宇宙が解るの？

その目的を支える発想とは、

- (1) できるだけ多くの自然現象を説明できるような、できるだけ少ない原理を見つける事。
- (2) 自然の法則を見つけ、その原理で色々な現象を説明する事。  
(この方針は、現代科学の根本原理ともなっている。)

そして、このことを体系的にまとめた本が「ユークリッド原論」。つまり、中二でやる「図形の性質」だ。図形の性質つまりユークリッド幾何学は、宇宙を探るための道具として発明された。

--平行四辺形や三角形の合同と宇宙に関係があるの？

ここで、エラトステネスという人を紹介しよう。彼は人類で初めて地球の大きさを求めた。彼の方法に対して、ぼくは「壮大な同位角」という名前を贈っている。

#### 発問6-1

エラトステネスはどうやって地球の大きさを求めたのか？

毎年夏至の日には、エジプトのシエネでは真昼になると、井戸の底まで太陽の光が届きます。ところが、同じ日にアレキサンドリアでは太陽は、真上から7.2度傾いていました。彼は、地球が丸いことを知っていたので、この事から地球の大きさを測ることができると気がついたのです。

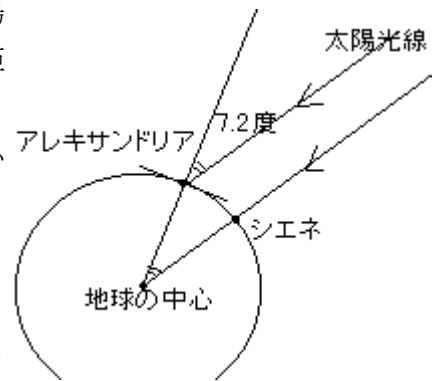
まず、次のような図を考えました。地球を球だと考えて円で表します。太陽はずっと遠くにあるので、



光線はほぼ平行に地球にやってきます。だから、緯度が違うと太陽の高度も違います。一方、旅人からアレキサンドリアとシエネの距離を聞いたら925kmとわかりました。

さて、これでアレキサンドリアと地球の中心とシエネを結ぶ中心角の大きさが分かりますね。

--平行線の同位角だから7.2度になります。



そうすると、中心角と弧の長さからこの円の周の長さが分かる。これが地球の一周の長さだ。さあ計算してみよう。

-- $360 \div 7.2 \times 925 = 46250$  kmだ。正確な値にずいぶん近い。

--ところで、シエネからアレキサンドリアまでの距離はどうやって測ったの。

それは、歩いて何歩か数えたのさ。

--そんなのいい加減じゃないの。

伊能忠敬先生も、歩巾で測るのが一番正確だと言っているよ。

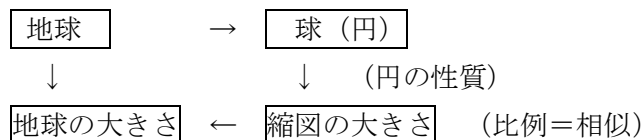
--日本列島を歩いて計り、正確な地図を作ったんですね。

発問6-2

エラトステネスが行なったことを図式(ダイアグラム)で表わすと？

エラトステネスの地球の大きさを求め方は、こういう置き換えと考えることができます。

(モデル化)



--エラトステネスは地球を円とみなしたのでですね。

--紙の上の小さな円の大きさを求めて、あとは比例を使って地球の大きさを推定したんだ。

--宇宙を数学で研究するって、こういうことか。

でも、これができたのは、アレキサンドリアの図書館のそれまでの科学の蓄積があつてのことでした。

--ところで、疑問があるんだけど、どうして彼はそんな昔に地球が(1)球だということを知っていたの。社会で昔の人は地球を平らだと考えていたとならったよ。

--それにさ、(2)太陽がそんなに遠くにあるなんてどうやって測ったの。

発問6-3

エラトステネスは、(1)大地が球であること、(2)太陽が遠くにあることをどうやって知ったの？

実にいいところに気がついたね。2000年前の人達がそういうことを知っていたなんて信じられない気がするね。そこで彼等と同じ知識でこの2つの事がわかるかどうかやってみよう。

まず、彼が知っていた現象として、夏至の日、シエネとアレキサンドリアでは正午の太陽の高度が違うという事実から考えてみよう。この現象をどう理解するかというと、実は二つの仮説が考えられる。

仮説1

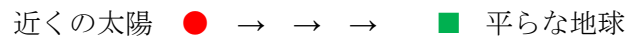
- (1) 地球は球形である。
- (2) 太陽ははるかかなたにあり、光線は平行。



まったく逆のモデルとして

仮説2

- (1) 地球は平。
- (2) 太陽は近い。



この2つの仮説はどちらでも前記の現象を説明できる。

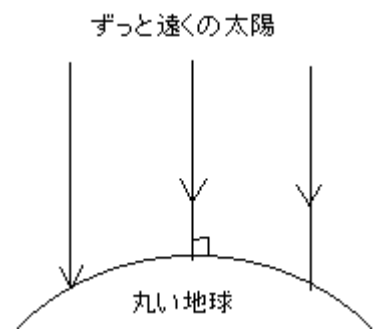
発問6-4  
何故、エラトステネスは仮説1を選んだの？

まず(1)の仮説について

地球が球である証拠を示すことができるかい？

--ひまわりの写真がある。

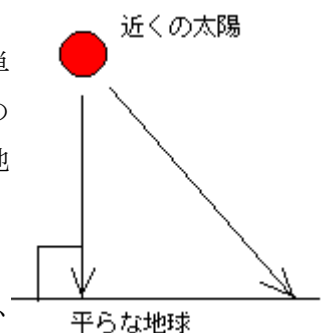
--海から陸地を見ると、始めは山の頂上、近づくにしながら山麓まで見える。



地球が球であるということは、今では当たり前になっているけど、そう簡単には証明できない。エラトステネスは地球を外から見る方法の代りに、地球の影を見る方法をとった。彼は月食が地球の影であることを知っていたのだ。地球の影は丸かった。

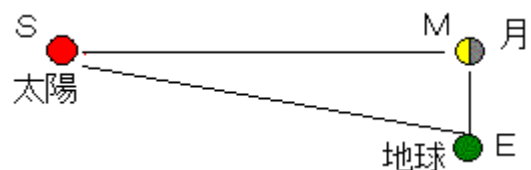
次に、(2)の仮説について

近いか遠いかを比べる時、二つの物を比べると解りやすい。その二つとは、月と太陽。月が太陽を隠すくらいだから、太陽の方が遠くに在る事は解る。しかし、どれくらい遠いのだろうか。ここでやはり月と太陽の関係を地球との三角関係で考えてみよう。



この△SMEはどんな三角形であろうか。その事を探るには、二角の角度が解れば十分である。∠SEMは計れば

すぐわかる。したがって、もう一つ角度が解れば三角形の形がわかる。それには、月が半月になるまで待たねばならない。半月の時、∠SMEは90度といえる。これで、この壮大な三角形の形がわかった



訳であるが、 $\angle S$ は思ったより小さい事に驚くだろう。今日はちょうど半月で昼間に月が見えるから $\angle E$ を計ってみよう。

--先生は測ってみたの。

うん、朝方天上には半月がある。そして、月と太陽の間の角度を分度器で計る。

--太陽はまぶしくて見るができないよ。

そうなんだ。そこで分度器に針を立ててその影で計った。

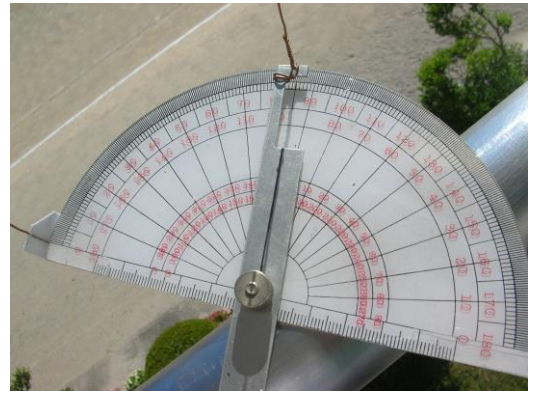
月は巾を持っているから正確には測れなかったけれど、この

角度は85度前後だった。この角が90度に近いということは、この三角形が極めてとんがったものであることが解る。つまり、太陽が月と比べて遠くにある事が解る。

そして、その遠くにある太陽が月と同じくらいに見えるわけだから？

--太陽の方が月よりもずっと大きい。

(月と太陽の見かけの大きさは同じ。地球から太陽までの距離が地球と月の距離の100倍だとすると、太陽の大きさは月の100倍になるはず。つまり、地球の25倍である。本当は400倍の距離!!)

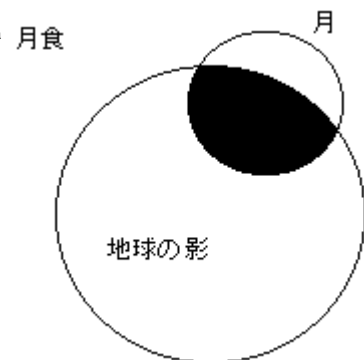


#### 発問6-5

地球と月の大きさはどうやってわかったの？

月食を利用すると、遠くにある太陽の光は平行だから、月に写る地球の影は地球の大きさを示している。その影からいうと、地球はその月の約4倍しかない。(月食の時間は約3.5時間。これは地球と月の大きさの比になっている。)

--ということは、太陽は地球よりもずっと大きい。



その大きい太陽が地球の周りを回ることは？

--おかしい。

つまり、太陽を中心に地球が回っていると考えた方が自然。そして、太陽ははるか彼方にありはるかに大きいから、太陽の光は平行だと考えてもいい。これで、エラトステネスが、仮説1を選んだ訳がわかったね。

--そんな昔にここまでわかっていたのか。それじゃあ、社会でならったのはどういうことだったのかな。

#### 発問6-6

なぜ古代の学問の成果が失われたの？

その後、アレキサンドリアはローマによって滅ぼされ、図書館も焼けてしまった。そして、この学問はヨーロッパでは忘れられてしまう。でも、それはイスラムに伝わり、イスラムから再度ヨーロッパに輸入される。

--人類はいつも進歩しているとは限らないんだな。

でも、アレキサンドリアの「科学者」たちが、幾何学（図形の勉強）が宇宙を探る重要な方法であることと考えていたのはうなずけるね。ところで、アレキサンドリアの科学者たちが目を向けていたのは宇宙だけではない。彼等は、身の回りの事にも数学を利用することを考えていた。

たとえば、アルキメデスなどは静力学（てこの原理）に数学を利用している。[てこの原理=天秤の原理から、力の合成が平行四辺形になることが説明（証明）できる]

これらのやり方は、千何年の後に様々な人達が利用することとなる。たとえば、コペルニクスも地動説を称える時に使っている。ガリレオやデカルト、ニュートンも彼等から学んだのだ。

--その方法って、公理（原理）から現象を説明するというやり方ですか？

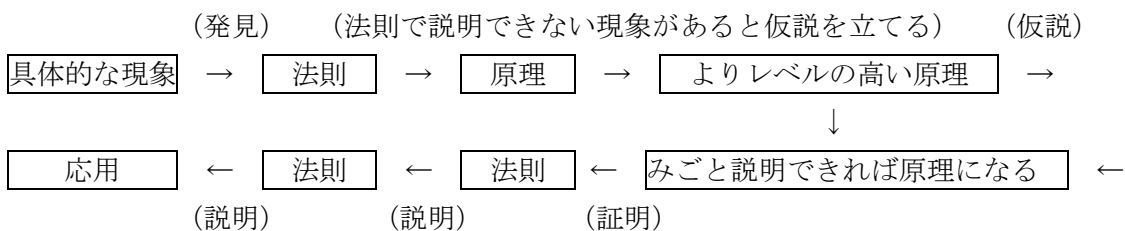
そうです。つまり原理を発見することが科学であるということですね。

--数学を使って自然を探っていくことができるということは、数学が先に自然のことを表しているような気がするんだけど。

#### 発問 6-7

自然の現象と数学は、なぜむすびつくの？

このエラトステネスやユークリッドの方法は、公理（原理）の発見とそれを使っての説明です。これを図式にすると、



例えば、アインシュタインの特殊相対性理論も、より少ない原理—相対性原理と光速度不変の原理—を用いて創られたものです。このようなできるだけ少ない原理でもって、論理的（数学を使って）に自然の現象を説明するという考え方は、アレキサンドリアから始まりました。

このことは、ガリレオが「自然という書物は数学の言葉で書かれている」と言っているように、数学を使って自然の法則を説明したり予測したりできることを示しています。

これは不思議なことですが、きっと自然はもともと数学をしていて、その自然の一部である人間だから数学を理解できるのではないかと思っています。

--数学がいろいろなところで使われていることはわかったけど・・・

エラトステネスのすごい所は、この宇宙をモデル化して紙の上で扱えるようにしたことにあります。大きなものやさわれないものをこのようにさわったり、操作したりできるようにすることをモデル化といいます。

#### まとめ

エラトステネスたちは宇宙を手元に引きよせてきた・・・地球→円 星→点